Formalisering av en teori om etisk relevant likhet og forskjell.

Morten Rognes

(1995)

§0 Innledning

Min kollega Øyvind Baune har vært så vennlig å låne meg et manuskript om etisk relevant likhet og forskjell. Jeg er ham meget takknemlig for dette og har lest igjennom arbeidet med den største interesse. I essayet defineres tre forkjellige begreper "etisk relevant forskjell med hensyn på en etisk egenskap x". Det dreier seg for det første om begrepet sterk etisk relevant forskjell mellom to handlinger med hensyn til en etisk egenskap. Videre om begrepene moderat og svak etisk relevant forskjell mellom to handlinger med hensyn til en etisk egenskap. Ved å negere disse begrepene får man en tilsvarende familie med begreper om etisk relevant likhet. Man kan altså sondre mellom det at det foreligger en sterk etisk relevant likhet mellom to handlinger med hensyn til den etiske egenskapen x og det at det foreligger en moderat eller svak etisk relevant likhet mellom dem med hensyn til x. I sitt arbeid gir Baune temmelig eksplisitte definisjoner av disse begrepene og nevner et stort antall satser som gjelder om dem. Videre viser han hvilken relevans disse begrepsdannelsene har for to interessante former for etisk argumentasjon, nemlig det som kan kalles for positiv og negativ presedens-argumentasjon. Man kan derfor si at han formulerer en temmelig omfattende teori om etisk relevans.

I dette notat vil vi gi en helt eksplisitt og formalisert fremstilling av denne teorien innen for rammen av vanlig første-ordens predikatlogikk. Dette innebærer at vi vil gjøre følgende:

For det første vil vi definere presist en bestemt første-ordens teori T. Dette gjøres ved at vi angir språket til T. Dette er et vanlig første-ordens språk uten funksjonssymboler, men med identitetpredikatet. Dessuten er det nødvendig å spesifisere de ikke-logiske aksiomene som inngår i teorien. Dette gjøres selvfølgelig nedenfor.

For det andre vil vi formalisere alle de definisjonene og satsene som nevnes i Baunes arbeid innenfor rammen av språket til teorien T.

For det tredje vil vi gi detaljerte bevis for alle de satser som nevnes av Baune. Bevisene formaliseres ikke fullstendig slik som i f.eks. Principia, men gis på den måten som er vanlig i en hvilken som helst matematikkbok.

Målet med dette arbeidet er altså å gjøre disse tre ting. En mer omfattende, kritisk drøftelse av teorien T faller helt utenfor rammen av dette notat.

§1 Språket til teorien T

Språket til teorien T er et vanlig første-ordens språk som vi her skal kalle L. Det logiske vokabularet til L inneholder utelukkende de følgende logiske konnektiver:

(1.1) "For alle x er det slik at p"----------(Ax)p
(1.2) "Det finnes minst en x slik at p "----------(Ex)p
(1.3) "x er identisk med y"----------"x=y"
(1.4) "Det er ikke slik at p"----------¬p
(1.5) "Det er både slik at p og slik at q"----------p&q
(1.6) "Det er enten slik at p eller slik at q"----------pvq
(1.7) "Hvis p så q"----------p–>q
(1.8) "p hvis og bare hvis q"----------p<–>q

På denne listen er selvfølgelig alle uttrykkene som står til høyre forkortelser for dem som står til venstre. Konnektivene (1) – (8) er de eneste offisielle logiske konnektivene i L. Men i tillegg skal vi også bruke de følgende to:

(1.9) "Det finnes et og bare et objekt slik at p"----------(E!x)p
(1.10) "Det objektet x som er slik at p"----------(ix)p

Her kan "(E!x)p" innføres eksplisitt ved den følgende definisjon:
(E!x)p <–> (Ex)p & (Az)(Ay)(p;x[z] & p;x[y] –> z=y)
Beskrivelsestermer av typen "(ix)p" elemineres kontekstuelt på den vanlige måte.

Variabeltegnene i L er offisielt de følgende "x","y","z","w","x'", "y'",... ad. inf. Imidlertid vil vi bruke "h","h1","h2" etc. som variabeltegn som tar handlinger som verdier.

Det ikke-logiske vokabularet til språket L inneholder de følgende predikater:
w

(2.1) "x er en handling"----------Hand(x)
(2.2) "x er en etisk egenskap"----------Et(x)
(2.3) "x er den etiske egenskap å være tillatt,men ikke påbudt"----------Tilw(x)
(2.4) "x er den etiske egenskap å være forbudt"----------Forb(x)
(2.5) "x er den etiske egenskap å være påbudt"----------Påb(x)
(2.6) "x er negasjonen av den etiske egenskapen y"----------Neg(x,y)
(2.7) "z er disjunksjonen av de etiske egenskapene x og y"----------Dis(z,x,y)
(2.8) "x har egenskapen y"----------H(x,y)
(2.9) "x er en minimalbetingelse for den etiske egenskapen y"----------MinB(x,y)
(2.10) "Handlingen x oppfyller betingelsen y"----------Oppf(x,y)

Også her er selvfølgelig alle de uttrykkene som står til høyre forkortelser for de som står på samme linje til venstre.

Vi bruker "Ne(x)" som forkortelse for "(ix)(Neg(x,y))", mao. som forkortelse for "Det objektet som er negajonen av den etiske egenskapen x". "Ne(x)" kan derfor leses "negasjonen av den etiske egenskapen x".

Tilsvarende brukes "D(x,y)" som forkortelse for "(iz)(Dis(z,x,y))". Dette innebærer at D(x,y) er disjunksjonen av de etiske egenskapene x og y.

Som man ser fra listen ovenfor er "x er den etiske egenskapen å være tillatt, men ikke påbudt", "x er den etiske egenskap å være forbudt" og "x er den etiske egenskapen å være påbudt" primitive predikater i L. Vi skal postulere at det finnes nøyaktig en og bare en entitet som er den etiske egenskapen å være tillatt, men ikke påbudt. Denne betegnes med "Ts". (Leses "Tillatt i snever forstand"). Tilsvarende vil det bli antatt at det finnes nøyaktig en og bare en entitet som er den etiske egenskapen å være forbudt, og at det finnes nøyaktig en og bare en entitet som er identisk med den etiske egenskapen å være påbudt. Disse to entitetene betegner vi henholdsvis med "F" og "P". "F" brukes derfor som forkortelse for "(ix)Forb(x)". "P" brukes som forkortelse for "(ix)Påb(x)". Vi definerer egenskapen å være tillatt, denne beteges med "Ti", som disjunksjonen av de to etiske egenskapene å være påbudt og å være tillatt i snever forstand.
Det vil da følge fra de ikke-logiske aksiomene i T at egenskapen å være forbudt er negasjonen av egenskapen å være tillatt.

Disse bemerkningene kan sammenfattes i den følgende definisjon:

Definisjon 1.1: Ne(x) = (iy)(Neg(y,x))
D(x,y) = (iz)(Dis(z,x,y))
F = (ix)Forb(x)
P = (ix)Påb(x)
Ts = (ix)Tilw(x)
Ti = D(P,Ts)

De velformede formlene i språket L dannes ved hjelp av de ikke-logiske predikatene (2.1) – (2.10) og de logiske konnektivene (1.1) – (1.8) på vanlig måte.

§2 De ikke-logiske aksiomene i teorien T.

I teorien T tenker vi oss at det inngår et standardsett av logiske aksiomer for konnektivene (1.1) – (1.8) som ble nevnt i forrige paragraf. Vi forutsetter også at disse aksiomene er valgt ut slik at man kan bruke modus ponens og universell generalisering som de eneste slutningsregler. Siden vi ikke skal formalisere fullstendig de bevis vi gir er det egentlig det samme hvilke logiske aksiomer og slutningsregler man velger, bare man velger et som er adekvat for første-ordens logikk når de rent logiske konnektivene er dem vi har nevnt.

Teorien T vil nå være definert fullstendig om man bare angir hvilke ikke-logiske aksiomer som inngår i den. De ikke-logiske aksiomene i teorien T er de universelle lukningene av de følgende formler i L:

Ax1 Et(F) & Et(Ts) &Et(P)
Ax2 ¬(Eh)(Hand(h) & H(h,F) & H(h,Ts))
Ax3 ¬(Eh)(Hand(h) & H(h,F) & H(h,P))
Ax4 ¬(Eh)(Hand(h) & H(h,Ts) & H(h,P))
Ax5 (Ah)(Hand(h) –> (H(h,F) v H(h,Ts) v H(h,P))
Ax6 Et(x) & Et(y) –> Et(D(x,y))
Ax7 Et(x) –> Et(Ne(x))
Ax8 Et(x) &Hand(h) –> (H(h,Ne(x)) <–> ¬H(h,x))
Ax9 Et(x) & Et(y) & Hand(h) –> (H(h,D(x,y)) <–> H(h,x) v H(h,y))
Ax10 Et(x) & Hand (h) –> [H(h,x) <–> (Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h,z))]
Ax11 MinB(x,y) –> Et(y)
Ax12 Oppf(x,y) –> Hand(x)

Siden vi nå har spesifisert de ikke-logiske aksiomene i T er teorien fullstendig definert.

§3 Kommentarer til de ikke-logiske aksiomene i T.

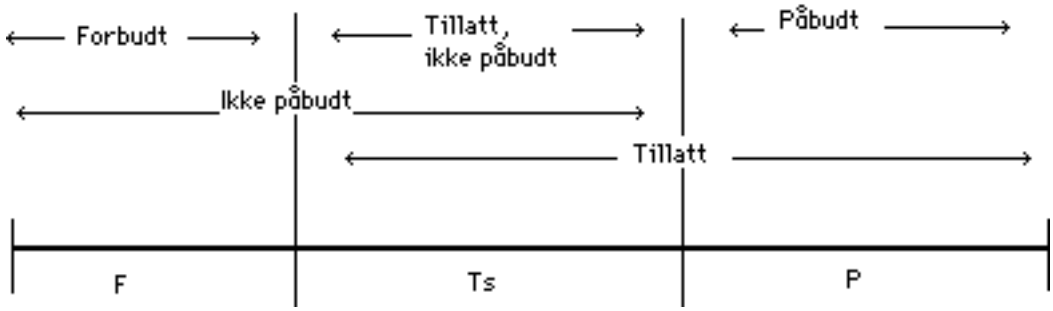
De fem første aksiomene Ax1 – Ax5 er det svært naturlig å betrakte i sammenheng. Som man ser sier Ax1 at de etiske egenskapene å være forbudt, tillatt i snever forstand og påbudt er etiske egenskaper. I lys av Definisjon 1.1 og de konvensjoner som stilltiende forutsettes når det gjelder eliminering av bestemte beskrivelser impliserer dette aksiomet at det finnes nøyaktig ett og bare ett objekt x som er slik at Et(x) & Tilw(x). Videre impliserer aksiomet at det finnes nøyaktig ett og bare ett objekt som er slik at Et(x) & Forb(x). Endelig impliserer aksiomet at det finnes nøyaktig ett og bare ett objekt som er slik at Et(x) & Påb(x). Ingen av

disse påstandene kan utledes fra de rent logiske aksiomene alene. Det er derfor nødvendig med et aksiom av denne typen.

Når det gjelder de tre neste aksiomene, Ax2 – Ax4, sier disse at det ikke kan finnes noen handling som både er forbudt og tillatt i snever forstand, videre at det ikke kan finnes handlinger som både er forbudt og påbudt, og endelig at det ikke kan finnes noen handling som er tillatt i snever forstand og samtidig påbudt. Aksiomene impliserer altså at de tre etiske egenskapene F, Ts og P er innbyrdes disjunkte. Når det gjelder Ax5 impliserer sier dette aksiomet at enhver handlig enten er forbudt, tillatt i snever forstand eller påbudt, mao. at enhver handling har en eller annen av de tre etiske egenskapene F,Ts eller P. Samlet innebærer de fem første aksiomene at egenskapene F,Ts og P er innbyrdes gjensidig eksklusive, og samlet uttømmende, med hensyn til klassen av alle handlinger.

Disse forhold kan anskueliggjøres ved den følgende figur:

FIGUR



Her representerer punktene på den tykke streken klassen av alle handlinger. Som man ser er denne streken inndelt i tre intervaller som ikke overlapper hverandre og som samlet dekker alle punktene på den. Intervallet merket "F" representerer klassen av alle handlinger. Intervallene merket "Ts" og "P" representerer henholdsvis klassen av alle de handlinger som er tillatt, men ikke påbudt, og klassen av alle de handlinger som er påbudt.

Ax6 uttrykker at hvis x og y er etiske egenskaper så er også disjunksjonen av dem en slik egenskap. Tilsvarende uttrykker Ax7 at dersom x er en etisk egenskap så er også negasjonen av x en etisk egenskap. Disse to aksiomene bør sees i sammenheng med de to neste. Ax8 sier at hvis h er en handling og x en etisk egenskap så har h egenskapen som er negasjonen av x hvis og bare hvis handlingen h ikke har egenskapen x. Ax9 uttrykker at en handling h har den etiske egenskapen som er disjunksjonen av de etiske egenskapene x og y hvis og bare hvis handlingen enten har den ene eller den andre av disse egenskapene.

Det bør bemerkes at man fra disse aksiomene kan utlede at D(Ts,P), dvs. den etiske egenskapen å være tillatt, Ti, er en etisk egenskap.

Kall to etiske egenskaper x og y for *ekvivalente* om det er slik at alle handlinger som har den ene egenskapen også har den andre og omvendt.
På basis av denne definisjonen og aksiomene Ax1 – Ax9 kan man da vise at hvis x er en etiske egenskapen som er ekvivalent med en i den følgende tabell:

D(P,Ne(P))	F
D(F,Ts)	Ts
D(F,P)	P
D(Ts,P)	Ne(D(P,Ne(P))

så vil også negasjonen av x, Ne(x) være ekvivalent med en etisk egenskap som er oppført i denne tabellen. Videre kan man vise at hvis x og y er to etiske egenskaper som er ekvivalente med egenskaper som er oppført i denne tabellen, så vil disjunksjonen av x og y, D(x,y), også være ekvivalent med en av de egenskapene som er oppført i denne tabellen. Dette innebærer i det vesentlige at det finnes åtte, og bare åtte, innbyrdes distinkte ekvivalenklasser av etiske egenskaper hvis man antar at klassen av alle de etiske egenskapene er den minste mengden av egenskaper som inneholder dem i tabellen og som er lukket under negasjon og disjunksjon.

Det er forøvrig lett på basis av aksiomene å vise at egenskapene i tabellen faktisk er etiske egenskaper. Dessuten skulle det være lett å innse at enhver handling har den etiske egenskapen D(P,Ne(P)). Denne kan derfor kalles den tautologiske etiske egenskap. Videre er det ikke vanskelig å vise at ingen handling kan ha den etiske egenskapen Ne(D(P,Ne(P)). Denne egenskapen kan man derfor kalle for den kontradiktoriske etiske egenskapen.

Det gjenstår å kommentere de tre siste aksiomene Ax10 – Ax12. Når det gjelder Ax10 uttrykker denne setningen at dersom h er en handling og x en etisk egenskap så har h den etiske egenskapen x hvis og bare hvis det finnes en minimalbetingelse for x som h oppfyller. Dette aksiomet benyttes flittig i bevisene for Teorem 1 – Teorem 20. Aksiomene Ax11 og Ax12 er temmelig trivielle og helt opplagte når man ser på lesemåten av predikatene "MinB(x,y)" og "Oppf(x,y)".

Det bør nevnes at ingen av aksiomene Ax1 – Ax12 er nevnt eksplisitt i Baunes arbeid. Disse aksiomene, og forøvrig teorien T slik den så langt er fremstilt, står derfor helt for vår egen regning. På den annen side synes den å passe svært godt sammen med det han forøvrig skriver. Dette tror vi vil fremgå klarere etterhvert.

Bemerkningene ovenfor om etiske egenskaper kan, for oversiktens skyld, sammenfattes i et teorem. Vi bruker uttrykket "≈" for å betegne ekvivalens mellom egenskaper og definerer dette slik:

Definisjon 3.1

$$x \approx y \leftrightarrow (Ah)(Hand(h) \rightarrow (H(h,x) \leftrightarrow H(h,y)))$$

Det skulle være lett å se at denne relasjonen ≈ er en ekvivalensrelasjon.

En egenskap som er ekvivalent i denne fortand med en av de åtte egenskapene som ble nevnt ovenfor kaller vi for en grunnleggende etisk egenskap. Vi bruker "Gr(x)" som forkortelse for "x er en grunnleggende etisk egenskap" og gir den følgemde definisjon:

Definisjon 3.2

$$Gr(x) \leftrightarrow Et(x) \,\&\, [x \approx D(P,Ne(P)) \vee x \approx D(F,Ts) \vee x \approx D(F,P) \vee x \approx D(Ts,P) \vee x \approx F \vee x \approx Ts \vee x \approx P \vee x \approx Ne(D(P,Ne(P)))]$$

De resultatene som ble nevnt ovenfor kan da kompakt formuleres slik:

Teorem:

(i) $Ne(P) \approx D(F,Ts)$
(ii) $Ne(Ts) \approx D(F,P)$
(iii) $Ne(F) \approx D(Ts,P)$
(iv) $(Ah)(Hand(h) \rightarrow H(h,D(F,D(Ts,P))))$

(v) ¬(Eh)(Hand(h) & H(h, Ne(D(P,Ne(P)))))
(vi) [x= D(P,Ne(P)) v x= D(F,Ts) v x= D(F,P) v x= D(Ts,P) v
x=F v x=Ts v x=P v x= Ne(D(P,Ne(P))] –> Gr(x)
(vii) Gr(x) & Gr(y) –> Gr(D(x,y))
(viii) Gr(x) –> Gr(Ne(x))

Vi overlater beviset for denne satsen til leseren som en øvelse siden det i alt vesentlig er av en helt elementær natur.

§4 Begrepet sterk etisk relevant forskjell relativt til en etisk egenskap.

Vi starter med begrepet om sterk etisk relevant forskjell.

I det følgende brukes uttrykket "SERF(h1,h2)" som forkortelse for det følgende uttrykk " Det foreligger en sterk etisk relevant forskjell mellom handlingene h1 og h2"

"SERFr(h1,h2,x)" forkorter det lengere uttrykket "Det foreligger en sterk etisk relevant forskjell mellom handlingene h1 og h2 relativt til den etiske egenskapen x"

De følgende definisjoner legges til grunn i det følgende

Definisjon 1:

SERF(h1,h2) <–> (Ex)[Et(x) &
(((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) & ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h2,z))) v
((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y))& ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h1,z))))]

Som man ser er det altså per definisjon en sterk etisk relevant forskjell mellom to handlinger h1 og h2 hvis og bare hvis det finnes en etisk egenskap som er slik at den ene handlingen oppfyller en minimalbetingelse for denne etiske egenskap mens den andre handlingen ikke oppfyller noen minimalbetingelse for denne egenskapen.

Definisjon 2:

SERFr(h1,h2,x) <–> Et(x) &
[((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) & ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h2,z))) v
((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y))& ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h1,z)))]

Fra denne definisjonen fremgår det at det er en sterk etisk relevant forskjell mellom handlingene h1 og h2 relativt til den etiske egenskapen x hvis og bare hvis det er slik at x er en etisk egenskap og den ene handlingen oppfyller en minimalbetingelse for x mens den andre handlingen ikke oppfyller noen minimalbetingelse for x.

Teorem 0.1: SERF(h1,h2) –> (Ex)SERFr(h1,h2,x)

Bevis: Satsen følger trivielt fra definisjonene av "SERF" og "SERFr". **QED**:

Uttrykket "EF(h1,h2)" brukes som forkortelse for det lengere uttrykket "Det foreligger en etisk forskjell mellom handlingen h1 og handlingen h2". Den følgende definisjon av dette uttrykket vil bli benyttet:

Definisjon 3:

EF(h1,h2) <–> Hand(h1) & Hand(h2) &
(Ex)[Et(x) & ((H(h1,x) & ¬H(h2,x))v(¬H(h1,x) & H(h2,x)))]

Denne definisjonen er som forventet: Det foreligger en etisk forskjell mellom handlingene h1 og h2 hvis og bare hvis (i) h1 og h2 er handlinger og det finnes en etisk egenskap som den ene handlingen har, men som den andre handlingen ikke har.

Uttrykket "EFr(h1,h2,x)" brukes som forkortelse for "Det foreligger en etisk forskjell mellom handlingene h1 og h2 relativt til den etiske egenskapen x". I det følgende legges den følgende definisjon av dette uttrykket til grunn for overveielsene:

Definisjon 4:
EFr(h1,h2,x) <–> Hand(h1) & Hand(h2) &
Et(x) & ((H(h1,x) & ¬H(h2,x))v(¬H(h1,x) & H(h2,x)))

Definisjonen uttrykker at det finnes en etisk forskjell mellom handlingene h1 og h2 relativt til den etiske egenskapen x hvis og bare hvis (i) x er en etisk egenskap og h1 og h2 er handlinger og (ii) den ene handlingen, men ikke den andre, har egenskapen x.

Teorem 1: Hand(h1) & Hand(h2) –>(SERF(h1,h2) <–> EF(h1,h2))

Bevis: (a) Vi ser først på kondisjonalen mot høyre. Anta:
(1) Hand(h1) & Hand(h2) &SERF(h1,h2).
Da følger i lys av definisjon 1 at det finnes x der:
(2) Et(x) &
(((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) & ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h2,z))) v
((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y))& ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h1,z))))
Den siste konjunkten i (2) er en disjunksjon. Vi må derfor strengt tatt skille mellom to tilfelle. Vi ser bare på det ene tilfellet siden det andre blir helt analogt. Anta derfor at:
(3) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) & ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h2,z))
Siden vi har Hand(h1) & Et(x) ved hjelp av (1) og (2), følger fra den første konjunkten i (3) og Ax10 at H(h1,x). Tilsvarende følger fra den andre konjunkten i (3), det at Hand(h2) &Et(x) og Ax10 at ¬H(h2,x). Man har altså:
(4) H(h1,x) & ¬H(h2,x)
Dette, (1), den første konjunkten i (2) og Definisjon 3 impliserer at EF(h1,h2).
(b) Dernest ser vi på kondisjonalen den andre veien. Anta
(5) Hand(h1) & Hand(h2) & EF(h1,h2). Fra definisjonen av "EF", Definisjon 3, følger da for noe x at:
(6) Hand(h1) & Hand(h2) &
Et(x) & ((H(h1,x) & ¬H(h2,x))v(¬H(h1,x) & H(h2,x)))
Igjen må man her strengt tatt sondre mellom to tilfelle alt ettersom den første eller den andre disjunkten i den siste konjunkten i (3) holder. Vi ser bare på det første tilfellet. Det andre behandles på akkurat den samme måten. Anta derfor:
(7) H(h1,x) & ¬H(h2,x)
Fra (7), det at Hand(h1)& Hand(h2) og det forhold at Et(x), følger ved hjelp av Ax10 at
(8) (Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h1,z))
¬(Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h2,z))

Men fra (8), det at Et(x) og definisjonen av "SERF", dvs. Definisjon 1, følger åpenbart at SERF(h1,h2). **Q.E.D.**

Teorem 2: Hand(h1) & Hand(h2) –>(SERFr(h1,h2,x) <–> EFr(h1,h2,x))

Bevis: Beviset for denne satsen blir nærmest identisk med beviset for den foregående satsen.

(a) Vi ser først på kondisjonalen mot høyre. Anta:

(1) Hand(h1) & Hand(h2) &SERFr(h1,h2,x).

Da følger i lys av definisjon 3 at :

(2) Et(x) &
(((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) & ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h2,z))) v
((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y))& ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h1,z))))

Den siste konjunkten i (2) er en disjunksjon. Vi må derfor strengt tatt skille mellom to tilfelle. Vi ser bare på det ene tilfellet siden det andre blir helt analogt. Anta derfor at:

(3) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) & ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h2,z))

Siden vi har Hand(h1) & Et(x) ved hjelp av (1) og (2), følger fra den første konjunkten i (3) og Ax10 at H(h1,x). Tilsvarende følger fra den andre konjunkten i (3), det at Hand(h2) &Et(x) og Ax10 at ¬H(h2,x). Man har altså:

(4) H(h1,x) & ¬H(h2,x)

Dette, (1), den første konjunkten i (2) og Definisjon 4, impliserer at EFr(h1,h2,x).

(b) Dernest ser vi på kondisjonalen den andre veien: Anta

(5) Hand(h1) & Hand(h2) & EFr(h1,h2,x). Fra definisjonen av "EFr", Definisjon 4, følger da for noe x at:

(6) Hand(h1) & Hand(h2) &
Et(x) & ((H(h1,x) & ¬H(h2,x))v(¬H(h1,x) & H(h2,x)))

Igjen må man her strengt tatt sondre mellom to tilfelle alt ettersom den første eller den andre disjunkten i den siste konjunkten i (6) holder. Vi ser bare på det første tilfellet. Det andre behandles på akkurat den samme måten. Anta derfor:

(7) H(h1,x) & ¬H(h2,x)

Fra (7), det at Hand(h1)& Hand(h2) og det forhold at Et(x), følger ved hjelp av Ax10 at

(8) (Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h1,z))
¬(Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h2,z))

Men fra (8), det at Et(x) og definisjonen av "SERFr", dvs. Definisjon 2, følger åpenbart at SERFr(h1,h2,x). **Q.E.D.**

Teorem 3: Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x) –>
(SERFr(h1,h2,x) <–> SERFr(h1,h2,Ne(x)))

Bevis: Anta (1) Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x).

(a) Vi viser først at kondisjonalen mot høyre i konsekventen i teoremet holder. Anta derfor (2) SERFr(h1,h2,x). Fra dette og definisjon 2 følger:

(3) Et(x) &
[((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) & ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h2,z))) v
((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y))& ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h1,z)))]

Igjen må vi her sondre mellom to tilfeller alt ettersom den første eller den andre disjunkten i den andre konjunkten i (3) holder. Vi ser bare på det første tilfellet siden det andre blir helt analogt. Anta

(4) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) & ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h2,z))
Fra den første konjunkten her, samt det at Hand(h1) & Et(x) følger at
(5) H(h1,x) Siden Et(x) følger at Et(Ne(x)) Anta for reduktio ad absurdum at (Ey)(MinB(y,Ne(x)) & Oppf(h1,y)). Siden Et(Ne(x)) og Hand(h1) følger da ved hjelp av Ax10 at H(h1,Ne(x)). Fra dette, Ax8, samt det forhold at Et(Ne(x)) & Hand(h1) følger så ¬H(h1,x). Men dette strider åpenbart mot (5). Det følger at:
(6) ¬(Ey)(MinB(y,Ne(x)) & Oppf(h1,y))
Anta videre for reduktio ad absurdum at ¬(Ey)(MinB(y,Ne(x)) & Oppf(h2,y)). Siden Ne(x) er en etisk egenskap og h2 en handling følger da ved hjelp av Ax10 at ¬H(h2,Ne(x)). Fra dette følger så videre i lys av A8 at H(h2,x). Men dette, (1) og aksiom Ax10 impliserer at (Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h2,z)). Dette strider åpenbart mot (4). Derfor:
(7) (Ey)(MinB(y,Ne(x)) & Oppf(h2,y))
Fra det at Et(Ne(x)), (6), (7) og Definisjon 2 følger SERFr(h1,h2,Ne(x)).
(b) Vi må også vise kondisjonalen mot venstre i konsekventen. Anta derfor SERFr(h1,h2,Ne(x)) under forutsetning av at (1) holder. Fra dette og definisjon 2 følger:
(8) Et(Ne(x)) &
[((Ey)(MinB(y,Ne(x)) & Oppf(h1,y)) & ¬(Ez)(MinB(z,Ne(x))& Oppf(h2,z))) v
((Ey)(MinB(y,Ne(x)) & Oppf(h2,y))& ¬(Ez)(MinB(z,Ne(x))& Oppf(h1,z)))]
Som ovenfor sondrer må man nå sondre mellom to tilfelle alt ettersom den første eller andre disjunkten i den andre konjunkt i (8) holder. Vi ser bare på det ene tilfelle siden det andre behandles på akkurat samme måte. Anta:
(9) (Ey)(MinB(y,Ne(x)) & Oppf(h1,y)) &
¬(Ez)(MinB(z,Ne(x))& Oppf(h2,z))
Fra (9), det at Et(Ne(x)), og aksiom Ax10 følger:
(10) H(h1,Ne(x)) & ¬H(h2, Ne(x)). Siden Et(Ne(x)) og (1) holder følger erav i lys av Ax8 at:
(11) ¬H(h1,x) & H(h2,x). Dette, (1) og Ax10 impliserer:
(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y))& ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h1,z)))
I lys av definisjon 2 og (1) følger fra dette at SERFr(h1,h2,x).
Dette avslutter beviset for satsen. **Q.E.D.**

Teorem 4: Et(x) & Hand(h1) & Hand(h2). –> (¬SERFr(h1,h2,x) <–>
Et(x) &[((Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h1,z)) &(Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h2,z)) v
((Ez)(MinB(z,Ne(x)) & Oppf(h1,z)) & (Ez)(MinB(z,Ne(x)) & Oppf(h2,z))])

Bevis: (a) Vi viser først at kondisjonalen mot venstre i konsekventen i dette teoremet holder. Tilfelle (i): Anta
(1) (Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h1,z)) &(Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h2,z)) og dessuten (2) Et(x). Det følger direkte fra (1) og definisjon 2 at ¬SERFr(h1,h2,x).
Tilfelle (ii): Anta:
(3) (Ez)(MinB(z,Ne(x)) & Oppf(h1,z)) & (Ez)(MinB(z,Ne(x)) & Oppf(h2,z)) og dessuten at (4) Et(x). Fra dette og Ax12 følger (5) Hand(h1) & Hand(h2). Fra (4) og Ax7 følger at (6) Et(Ne(x)). Fra (3), (5), (6) følger ved hjelp av Ax10 at:
(7) H(h1,Ne(x)) & H(h2,Ne(x)) Dette, (6) og (5) impliserer i lys av Ax8 at (8) ¬H(h1,x) & ¬H(h2,x). Dette, sammen med (4) og (5) impliserer i lys av Ax10 :
(8) ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h1,z)) &
¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h2,z))
Men (8) og definisjonen av SERFr impliserer ¬SERFr(h1,h2,x).

(b) Anta på den annen side at:
(9) Et(x) & Hand(h1) & Hand(h2) & ¬SERFr(h1,h2,x).
Fra dette og definisjon 2 følger:
(10a) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) –> (Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h2,z))
(10b) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y)) –> (Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h1,z))
Det er to muligheter:
Tilfelle (i): H(h1,x). I så fall følger ved hjelp av (9) og Ax10 at
(11) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)). Dette, (9) og (10a) impliserer at
Et(x) & (Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h1,z)) &(Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h2,z))
og derfor at satsen holder i dette tilfellet.
Tilfelle (ii): ¬H(h1,x). Fra dette, (9) og Ax8 har vi:
(12) H(h1,Ne(x)). Ved hjelp av (9), Ax7 og Ax10 kan man herav slutte:
(13) (Ez)(MinB(z,Ne(x)) & Oppf(h1,z))
Anta mot formodning at (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)). Da følger ved hjelp av Ax10, siden Hand(h1) &Et(x), at H(h1,x). Dette strider mot forutsetningen i dette tilfellet. Derfor ¬(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)). Dette og (10b) impliserer:
¬(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y)). Dette innebærer i lys av Ax10 og (9) at ¬H(h2,x). Fra dette, (9) og Ax8 følger (14) H(h2,Ne(x)). Men siden Et(x) følger ved hjelp av Ax7 at Et(Ne(x)). Dette, (14) og Ax10 impliserer:
(15) (Ez)(MinB(z,Ne(x)) & Oppf(h2,z)
Fra (9), (13) og (15) følger det at satsen holder også i dette tilfellet. **Q.E.D.**

§5 Begrepet svak etisk relevant forskjell

Uttrykket "Det er en svak etisk forskjell mellom handlingene h1 og h2" forkortes med "WERF(h1,h2)".

Definisjon 5:
WERF(h1,h2) <–> Hand(h1) & Hand(h2) & (Ex)[Et(x) &
(((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y) & ¬Oppf(h2,y))) v
((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) & ¬Oppf(h1,y))))]

Som man ser fra denne definisjonen er det en svak etisk relevant forskjell mellom handlingene h1 og h2 hvis og bare hvis (i) h1 og h2 er handlinger og (ii) det finnes en etisk egenskap x og en viss minimalbetingelse for x som er slik at den ene handlingen oppfyller denne minimalbetingelsen, mens den andre ikke gjør det.

Uttrykket "Det er en svak etisk forskjell mellom handlingene h1 og h2 relativt til den etiske egenskapen x" forkortes med "WERFr(h1,h2,x)". Følgende definisjon brukes:

Definisjon 6:
WERFr(h1,h2,x) <–> Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x) &
(((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y) & ¬Oppf(h2,y))) v
((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) & ¬Oppf(h1,y))))

Det er alstå en svak etisk forskjell mellom handlingene h1 og h2 relativt til den etiske egenskapen x hvis og bare hvis (i) h1 og h2 er handlinger og x er en etisk egenskap og (ii) det finnes en minimalbetingelse for x som den ene handlingen, men ikke den andre, oppfyller.

Teorem 5: EF(h1,h2) –> WERF(h1,h2)

Bevis: Anta EF(h1,h2). Fra dette og Definisjon 3 følger eksistensen av x der:

(1) Hand(h1) & Hand(h2) &
Et(x) & (((H(h1,x) & ¬H(h2,x))v(¬H(h1,x) & H(h2,x)))

Tilfelle (i): H(h1,x) & ¬H(h2,x). Fra dette og (1) følger i lys av Ax10 at det finnes noe z der (2) MinB(z,x) & Oppf(h1,z). Anta nå mot formodning at Oppf(h2,z). Da følger (Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h2,z)) og derfor ved hjelp av (1) og Ax10 at H(h2,x). Men dette strider mot at ¬H(h2,x). Derfor ¬Oppf(h2,x). Sammen med (2) impliserer dette (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y) & ¬Oppf(h2,y)). I lys av dette, Definisjon 5 og (1) følger satsen i dette tilfellet.
Tilfelle (ii): H(h2,x) & ¬H(h1,x). Fra dette og (1) følger i lys av Ax10 at det finnes noe z der (2) MinB(z,x) & Oppf(h2,z). Anta nå mot formodning at Oppf(h1,z). Da følger (Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h1,z)) og derfor ved hjelp av (1) og Ax10 at H(h1,x). Men dette strider mot at ¬H(h1,x). Derfor ¬Oppf(h1,x). Sammen med (2) impliserer dette (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) & ¬Oppf(h1,y)). I lys av dette, Definisjon 5 og (1) følger satsen i dette tilfellet.
Q.E.D.

Teorem 6: WERFr(h1,h2,x) –> (H(h1,x) v H(h2,x))

Bevis: Anta WERFr(h1,h2,x). Fra definisjon 6 følger herav:

(1) Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x) &
(((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y) & ¬Oppf(h2,y))) v
((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) & ¬Oppf(h1,y))))

Tilfelle (i): (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y) & ¬Oppf(h2,y)). Fra dette følger: (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) Ved hjelp av (1) og Ax10 kan man fra dette slutte at H(h1,x) og derfor at H(h1,x) vH(h2,x). Satsen holder derfor i dette tilfellet.
Tilfelle (ii): (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) & ¬Oppf(h1,y)). Fra dette følger: (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y)) Ved hjelp av (1) og Ax10 kan man fra dette slutte at H(h2,x) og derfor at H(h1,x) vH(h2,x). Satsen holder derfor også i dette tilfellet. **Q.E.D.**

Teorem 7: Hand(h1) & Hand(h2) &Et(x) –>
(¬WERFr(h1,h2,x). –> [(H(h1,x) & H(h2,x)) v (H(h1,Ne(x)) & H(h2,Ne(x)))])

Bevis: Anta (1) Hand(h1) & Hand(h2) &Et(x) og dessuten at:

(2) ¬WERFr(h1,h2,x). Fra (2) og definisjon 6 følger:

(3) Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x) –>
((Ay)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y) –>Oppf(h2,y)) &
(Ay)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) –>Oppf(h1,y)))

Fra dette og (1) følger:

(4) (Ay)(MinB(y,x) –> (Oppf(h1,y) <–> Oppf(h2,y)))

Vi sondrer mellom to tilfeller.

Tilfelle (i): H(h1,x). Fra dette, (1) og Ax10 følger: (Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h1,z)). Fra dette og (4) har man åpenbart: (Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h2,z)). I lys av (1) og Ax10 kan man da slutte at H(h2,x). Man har altså i dette tilfellet H(h1,x)&H(h2,x). Herav følger så

[(H(h1,x) & H(h2,x)) v (H(h1,Ne(x)) & H(h2,Ne(x)))]

Satsen holder derfor i dette tilfellet.

Tilfelle (ii): ¬H(h1,x). Anta mot formodning H(h2,x). I lys av (1) og Ax10 impliserer dette at det finnes noe z der MinB(z,x) & Oppf(h2,z). Fra dette og (4) følger MinB(z,x) & Oppf(h1,z). I sin tur innebærer dette

(Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h1,z))

som i lys av (1) og Ax10 impliserer H(h1,x). Men dette er umulig. Vi har derfor ¬H(h2,x). Det følger at ¬H(h1,x) & ¬H(h2,x). Fra dette (1) og Ax8 kan man slutte at H(h1,Ne(x)) & H(h2,Ne(x)). Herav:

[(H(h1,x) & H(h2,x)) v (H(h1,Ne(x)) & H(h2,Ne(x)))]

Satsen holder derfor også i dette tilfellet. **Q.E.D.**

§6 Begrepet moderat etisk relevant forskjell.

Uttrykket "MERFr(h1,h2,x)" brukes som forkortelse for "Det foreligger en moderat etisk relevant forskjell mellom handlingene h1 og h2 relativt til den etiske egenskapen x". Den følgende definisjon vil bli brukt her:

Definisjon 7:

MERFr(h1,h2,x) <–> Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x) &
((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) v (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y))) &
(¬(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) &Oppf(h1,y)))

Fra denne definisjonen fremgår det at det er en moderat etisk relevant forskjell mellom handlingene h1 og h2 relativt til den etiske egenskapen x hvis og bare hvis (i) h1 og h2 er handlinger og x er en etisk egenskap og (ii) enten den eller den andre handlingen oppfyller en minimalbetingelse for x, men det er ikke slik at begge handlingene oppfyller noen minimalbetingelse for x.

Teorem 8: Et(x) & Hand(h1) & Hand(h2) &
(Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h1,z) & ¬Oppf(h2,z)&
(Ay)(MinB(y,x) & y≠z –> ¬Oppf(h2,y))) –>
MERFr(h1,h2,x)

Bevis: Anta (1) Et(x) & Hand(h1) & Hand(h2). Anta dessuten at:

(2) (Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h1,z) & ¬Oppf(h2,z)&
(Ay)(MinB(y,x) & y≠z –> ¬Oppf(h2,y)))

Fra (2) følger at det må finnes noe z der vi har:

(3) MinB(z,x) & Oppf(h1,z) & ¬Oppf(h2,z)&
(Ay)(MinB(y,x) & y≠z –> ¬Oppf(h2,y))

Fra (3) følger åpenbart at (4) (Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h1,z)). Anta for reduktio ad absurdum at det finnes y der (5) MinB(y,x) & Oppf(h2,y) &Oppf(h1,y). Det er to muligheter: (i) y=z. I så fall følger Oppf(h2,z) som strider mot den tredje konjunkten i (3). (ii) y≠z. Fra dette og (3) følger ¬Oppf(h2,y) som strider mot den andre konjunkten i (5). I begge tilfelle kan det altså utledes en motsigelse. Dette innebærer at det ikke finnes noe y som oppfyller betingelsen (5). Derfor:

(6) ¬(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) &Oppf(h1,y))

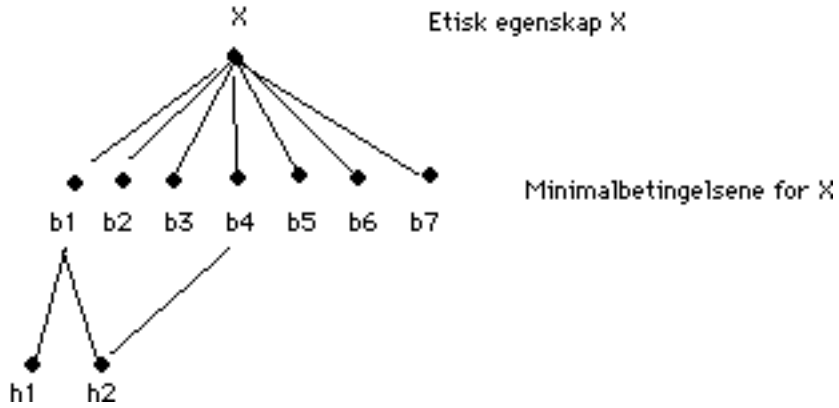
Fra (1), (4), (6) og definisjon 7 følger MERFr(h1,h2,x). **Q.E.D.**

Den følgende setning lar seg ikke utlede:

(‡) Et(x) & Hand(h1) & Hand(h2) &
[(Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h1,z) & ¬Oppf(h2,z)) v
(Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h2,z) &¬Oppf(h1,z))] –>
MERFr(h1,h2,x)

Den følgende figur kan brukes for å gi et uformelt moteksempel til (‡):

FIGUR:



Man tenker seg at X er en etisk egenskap og at b1 .... b7 er alle minimalbetingelsene til X. (Det er intet ved aksiomene Ax1 – Ax12 som utelukker at en etisk egenskap bare har et endelig antall minimalbetingelser.) Figuren antyder at h1 og h2 begge oppfyller minimalbetingelsen b1 og at h2 i tillegg oppfyller minimalbetingelsen b4. Når det gjelder b2, b3 og b5 – b7 forutsettes det at hverken h1 eller h2 oppfyller noen av disse betingelsene. I dette tilfelle vil vi imidlertid ha (Ez)(MinB(z,X) & Oppf(h1,z) & Oppf(h2,z)). Dette og definisjon 7 impliserer at ¬MERFr(h1,h2,x). Med andre ord er konsekventen i (‡) usann. På den annen side er X en etisk egenskap og h1,h2 handlinger og man ser at i tilfellet som er anskueligjor ved figuren finnes det en minimalbetingelse for X som h2 oppfyller, men som h1 ikke oppfyller, nemlig b4. Dette viser at antesedenten i (‡) holder i dette tilfelle. Siden det tilsynelatende ikke er noe ved Ax1 – Ax10 som utelukker den situasjonen er fremstillt ved hjelp av diagrammet kan (‡) ikke utledes fra disse aksiomene.

Vi bruker "MERLr(h1,h2,x)" som forkortelse for uttrykket "Det er en moderat etisk likhet mellom handlingene h1 og h2 relativt til den etiske egenskapen x".

Definisjon 8:
MERLr(h1,h2,x) <–> Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x) & ¬ MERFr(h1,h2,x)

Teorem 9: (a) MERLr(h1,h2,x) & H(h1,x) –> H(h2,x)
(b) MERLr(h1,h2,x) & H(h1,Ne(x)) –> H(h2,Ne(x))

Bevis: (a) Anta (1) MERLr(h1,h2,x) & H(h1,x). Fra den første konjunkten, definisjon 8 og definisjon 7 følger:
(2) Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x)

(3) ((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) v (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y))) –>
(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) &Oppf(h1,y))

Fra den andre konjunkten i (1), (2) og Ax10 har man:

(Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h1,z))

Dette og (3) impliserer: (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) &Oppf(h1,y)). Herav følger åpenbart (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y)) som sammen med (2) og Ax10 impliserer det man ønsker, nemlig: H(h2,x).

(b) Anta (4) MERLr(h1,h2,x) & H(h1,Ne(x)). Fra den første konjunkten, definisjon 8 og definisjon 7 følger:

(5) Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x)

(6) ((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) v (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y))) –>
(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) &Oppf(h1,y))

Fra den andre konjunkten i (4) sammen med (5) og Ax8 følger ¬H(h1,x). Dette, (5) og Ax10 gir en ¬(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)). Fra dette følger:

(7) ¬(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) &Oppf(h1,y))

Anta for reduktio ad absurdum at H(h2,x). I lys av Ax10 og (5) kan man herav slutte: (Ey) (MinB(y,x) & Oppf(h2,y)). Dette og (6) impliserer:

(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) &Oppf(h1,y))

Dette strider mot (7). Det følger at ¬H(h2,x). Fra dette (5) og Ax8 har vi H(h2,Ne(x)).

Dette viser at satsen holder. **Q.E.D.**

Teorem 10: Hand(h1) & Hand(h2) –> (SERFr(h1,h2,x) –> MERFr(h1,h2,x))

Bevis: Anta (1) Hand(h1) & Hand(h2) og (2) SERFr(h1,h2,x). (2) og definisjon 2 følger:

(3) Et(x) &
[((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) & ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h2,z))) v
((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y))& ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h1,z)))]

Vi må her sondre mellom to tilfelle alt ettersom den første eller den andre disjunkten i den andre konjunkten i (3) holder. Beviset gjennomføres bare i det første tilfellet. Det andre tilfellet behandles på en helt analog måte. Anta

(4) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) & ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h2,z))

Anta for reduktio ad absurdum at:

(5) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y) & Oppf(h2,y)). Dette impliserer åpenbart at (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y)) som strider mot (4). Vi har derfor:

(6) ¬(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y) & Oppf(h2,y))

Fra dette, (1), (3), (4) og definisjon 7 følger MERFr(h1,h2,x). **Q.E.D.**

Teorem 11: MERFr(h1,h2,x) –> WERFr(h1,h2,x)

Bevis: Anta (1) MERFr(h1,h2,x). Fra dette og definisjon 7 følger:

(2) Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x)

(3) ((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) v (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y))) &
(¬(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) &Oppf(h1,y)))

Tilfelle (i): (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) &
¬(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) &Oppf(h1,y)). Fra den siste konjunkten her følger: (Ay)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y) –> ¬Oppf(h2,y)). Fra dette og den første konjunkten følger så:

(4) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y) & ¬Oppf(h2,y)) Fra dette, (2) og definisjon 6 har vi: WERFr(h1,h2,x)

Tilfelle (i): (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y)) &
¬(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) &Oppf(h1,y)). Fra den siste konjunkten her følger: (Ay)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) –> ¬Oppf(h1,y)). Fra dette og den første konjunkten følger så:

(5) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) & ¬Oppf(h1,y)) Fra dette, (2) og definisjon 6 har vi: WERFr(h1,h2,x). **Q.E.D.**

Teorem 12: Hand(h1) & Hand(h2) –> (SERFr(h1,h2,x) <–>
WERFr(h1,h2,x) & WERFr(h1,h2,Ne(x)))

Bevis: (a) Anta (1) Hand(h1) & Hand(h2). Anta videre SERFr(h1,h2,x). Fra dette og definisjon 2 følger:

(2) Et(x) og dessuten:

(3) ((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) & ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h2,z))) v
((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y))& ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h1,z)))

Vi må her sondre mellom to tilfelle alt ettersom den første eller den andre disjunkten i (3) holder. Beviset gjennomføres bare i det første tilfellet. I det andre tilfellet blir beviset helt analogt. Anta:

(4) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) & ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h2,z))

Fra dette følger åpenbart: ¬(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y) & Oppf(h2,x)). Fra dette, (1), (2) og definisjon 6 følger åpenbart at WERFr(h1,h2,x). Fra den andre konjunkten i (4), (1), (2) samt Ax10 følger at ¬H(h2,x) . Fra dette, (1),(2) og Ax8 kan man slutte (5) H(h2, Ne(x)). Siden Et(x) følger (6) Et(Ne(x)). Fra (1), (5), (6) og Ax10 kan man slutte at det må finnes z der

(7) MinB(z,Ne(x)) & Oppf(h2,z)

Anta for reduktio at Oppf(h1,z). Fra dette og (7) følger

(Ez)(MinB(z,Ne(x)) & Oppf(h1,z)) I lys av (6), (1) og Ax10 impliserer dette : H(h1,Ne(x)). Fra dette og Ax8 har man ¬H(h1,x) og derfor i lys av Ax10, siden Hand(h1) & Et(x), at ¬(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)). Dette strider mot (4). Vi har derfor ¬Oppf(h1,z). Dette og (7) impliserer:

(Ez)(MinB(z,Ne(x)) & Oppf(h2,z) & ¬ Oppf(h1,z)). Fra dette, (1), (2) og definisjon 6 følger WERFr(h1,h2,Ne(x)). Dette viser at den ene halvdelen av teoremet holder.

(b) Anta WERFr(h1,h2,x) & WERFr(h1,h2,Ne(x)) Ved hjelp av definisjon 6 følger herav:

(1) Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x) & Et(Ne(x))

(2) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y) & ¬Oppf(h2,y)) v
(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) & ¬Oppf(h1,y))

(3) (Ey)(MinB(y,Ne(x)) & Oppf(h1,y) & ¬Oppf(h2,y)) v
(Ey)(MinB(y,Ne(x)) & Oppf(h2,y) & ¬Oppf(h1,y))

I lys av (2) og (3) er det nødvendig å sondre mellom fire tilfeller:

Tilfelle (i): Anta:

(4) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y) & ¬Oppf(h2,y)) &
(Ey)(MinB(y,Ne(x)) & Oppf(h1,y) & ¬Oppf(h2,y))

Fra den første konjunkten følger i lys av (1) og Ax10 at (5) H(h1,x). Fra den andre konjunkten, (1) og Ax10 følger H(h1,Ne(x)). Dette impliserer i lys av Ax8 og (1) at ¬H(h1,x). Dette strider mot (5). Dette tilfellet er derfor utelukket.

Tilfelle (ii): Anta:

(6) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y) & ¬Oppf(h2,y)) &
(Ey)(MinB(y,Ne(x)) & Oppf(h2,y) & ¬Oppf(h1,y))

Fra den første konjunkten følger (7) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)). Fra den andre konjunkten har man i lys av Ax10 og (1) at H(h2,Ne(x)) og derfor ved hjelp av Ax8 at ¬H(h2,x). Dette, (1) og Ax10 gir en så:

¬(Ey)(MinB(y,Ne(x)) & Oppf(h2,y)) som sammen med (1), (7) og definisjon 2 impliserer SERFr(h1,h2,x). Satsen holder derfor i dette tilfellet.

Tilfelle (iii): Anta:

(8) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) & ¬Oppf(h1,y)) &
(Ey)(MinB(y,Ne(x)) & Oppf(h1,y) & ¬Oppf(h2,y))

Fra den første konjunkten følger (9) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y)). Fra den andre konjunkten har man i lys av Ax10 og (1) at H(h1,Ne(x)) og derfor ved hjelp av Ax8 at ¬H(h1,x). Dette, (1) og Ax10 gir en så:

¬(Ey)(MinB(y,Ne(x)) & Oppf(h1,y)) som sammen med (1), (9) og definisjon 2 impliserer SERFr(h1,h2,x). Satsen holder derfor i dette tilfellet.

Tilfelle (i): Anta:

(10) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) & ¬Oppf(h1,y)) &
(Ey)(MinB(y,Ne(x)) & Oppf(h2,y) & ¬Oppf(h1,y))

Fra den første konjunkten følger i lys av (1) og Ax10 at (11) H(h2,x). Fra den andre konjunkten, (1) og Ax10 følger H(h2,Ne(x)). Dette impliserer i lys av Ax8 og (1) at ¬H(h2,x). Dette strider mot (11). Dette tilfellet er derfor utelukket.

Dette avslutter beviset for satsen. **Q.E.D.**

Teorem 13: Hand (h1) & Hand(h2) –> [SERFr(h1,h2,x) <–>
(WERFr(h1,h2,x) & (H(h1,Ne(x)) v H(h2,Ne(x))))]

Bevis: (a) Anta (1) Hand (h1) & Hand(h2) og (2) SERFr(h1,h2,x). Fra (1) og (2) og Teorem 12 følger (3) WERFr(h1,h2,x). Fra (2) og definisjon 2 følger:

(4) Et(x) og dessuten at

(5) ((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) & ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h2,z)))
v((Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y))& ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h1,z)))

Er den første disjunkten sann har vi ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h2,z)) og derfor i lys av (1), (4) og Ax10 at ¬H(h2,x). Fra dette, (1) og Ax8 følger så H(h2,Ne(x)) og derfor H(h1,Ne(x)) v H(h2,Ne(x)). Er den andre disjunkten i (5) sann har vi ¬(Ez)(MinB(z,x)& Oppf(h1,z)) og derfor i lys av (1), (4) og Ax10 at ¬H(h1,x). Fra dette, (1) og Ax8 følger så H(h1, Ne(x)) og derfor

(6) H(h1,Ne(x)) v H(h2,Ne(x)).

I begge tilfelle har man altså at (6) holder. Men fra (6) og (3) følger åpenbart:

WERFr(h1,h2,x) & (H(h1,Ne(x)) v H(h2,Ne(x))) som er det vi ønsker.

(b) Anta (7) WERFr(h1,h2,x) & (H(h1,Ne(x)) v H(h2,Ne(x))). Fra den første komponenten i (7) følger i lys av definisjon 6:

(8) Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x)

(9) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y) & ¬Oppf(h2,y)) v
(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) & ¬Oppf(h1,y))

Videre følger åpenbart fra (7) at:

(10) H(h1,Ne(x)) v H(h2,Ne(x))

Fra (9) og (10) ser man at det er i alt fire muligheter. Vi sondrer følgelig mellom fire tilfelle:

Tilfelle (i):

(11) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y) & ¬Oppf(h2,y)) & H(h1,Ne(x))
Fra dette følger (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) og derfor i lys av (8) og Ax10 at: H(h1,x). Men fra den siste konjunkten i (11), (8) og Ax8 følger ¬H(h1,x). Dette gir en åpenbart en motsigelse og viser at dette tilfellet er utelukket.

Tilfelle (ii):

(12) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y) & ¬Oppf(h2,y)) & H(h2,Ne(x))
Fra dette følger (13) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) . Men fra den andre konjunkten,(8) og Ax8 følger ¬H(h2,x). Dette, (8) og Ax10 impliserer:

(14) ¬(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y)) Fra den siste konjunkten i (8), (13), (14) samt definisjon 2 kan man slutte at SERFr(h1,h2,x). Satsen holder derfor i dette tilfellet.

Tilfelle (iii):

(15) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) & ¬Oppf(h1,y)) & H(h1,Ne(x))
Fra dette følger (16) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y)) . Men fra den andre konjunkten,(8) og Ax8 følger ¬H(h1,x). Dette, (8) og Ax10 impliserer:

(17) ¬(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) Fra den siste konjunkten i (8), (16), (17) samt definisjon 2 kan man slutte at SERFr(h1,h2,x). Satsen holder derfor i dette tilfellet.

Tilfelle (iv):

(18) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) & ¬Oppf(h1,y)) & H(h2,Ne(x))
Fra dette følger (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y)) og derfor i lys av (8) og Ax10 at: H(h2,x). Men fra den siste konjunkten i (18), (8) og Ax8 følger ¬H(h2,x). Dette gir en åpenbart en motsigelse og viser at dette tilfellet er utelukket.

Dette avslutter beviset. **Q.E.D.**

Teorem 14: SERFr(h1,h2,x) –> SERF(h1,h2)

Bevis: Denne påstanden følger direkte fra definisjon 1 og definisjon 2. Fra disse to definisjonene fremgår det jo at SERF(h1,h2) <–> (Ex)SERFr(h1,h2,x). Og det er trivielt at SERFr(h1,h2,x) impliserer (Ex)SERFr(h1,h2,x). **Q.E.D.**

Teorem 15: Hand(h1) & Hand(h2) –> (SERF(h1,h2) –> WERF(h1,h2))

Bevis: Anta SERF(h1,h2). Da følger ved hjelp av definisjon 1 at det finnes x der (2) SERFr(h1,h2,x). Fra dette og (3) Hand(h1) & Hand(h2) følger ved hjelp av Teorem 12 at (4) WERFr(h1,h2,x). Dessuten følger fra (2) og definisjon 2 at
(5) Et(x). Men fra (3), (4), (5) og definisjon 5 følger WERF(h1,h2). **Q.E.D.**

Teorem 16: Hand(h1) & Hand(h2) –> (SERFr(h1,h2,x) –> WERFr(h1,h2,x))

Bevis: Denne påstanden følger direkte fra Teorem 12. **Q.E.D.**

Teorem 17: Hand(h1) & Hand(h2) –>(SERFr(h1,h2,x) –> WERF(h1,h2))

Bevis: Anta (1) Hand(h1) & Hand(h2) og (2) SERFr(h1,h2,x) . Fra disse to tingene og Teorem 12 følger at (3) WERFr(h1,h2,x). Fra (2) følger også i lys av definisjon 2 at (4) Et(x). Men fra (1), (3), (4) og definisjon 5 følger WERF(h1,h2). **Q.E.D.**

§7 Tre typer av etisk relevant likhet.

Tidligere har moderat etisk relevant likhet blitt behandlet. Her tar vi for oss to andte typer av etisk relevant likhet.

Uttrykket "SERLr(h1,h2,x)" brukes som forkortelse for "Det er en sterk etisk relevant likhet mellom handlingene h1 og h2 relativt til den etiske egenskapen x" Videre brukes "SERL(h1,h2)" som forkortelse for "Det er en sterk etisk relevant likhet mellom handlingene h1 og h2"

Definisjon 9:

(a) SERLr(h1,h2,x) <–>
Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x) & ¬ WERFr(h1,h2,x)

(b) SERL(h1,h2) <–>
(Ex)(Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x) & ¬ WERF(h1,h2))

Som man ser fra den første av disse definisjonene foreligger det en sterk etisk relevant likhet mellom handlingene h1 og h2 relativt til den etiske egenskapen x hvis og bare hvis (i) h1 og h2 er handlinger og x er en etisk egenkap og (ii) det er ikke slik at det foreligger noen svak etisk relevant forskjell mellom h1 og h2 relativt til x.

Det foreligger en sterk etisk relevant likhet mellom h1 og h2 hvis og bare hvis det finnes en etisk egenskap x og det er en sterk etisk relevant likhet mellom h1 og h2 relativt til x.

Man kan altså litt unyansert si at sterk etisk relevant likhet er negasjonen av svak etisk relevant forskjell.

Uttrykket "WERLr(h1,h2,x)" brukes som forkortelse for "Det er en svak etisk relevant likhet mellom handlingene h1 og h2 relativt til den etiske egenskapen x" Videre brukes "WERL(h1,h2)" som forkortelse for "Det er en svak etisk relevant likhet mellom handlingene h1 og h2"

Definisjon 10:

(a) WERLr(h1,h2,x) <–>
Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x) & ¬ SERFr(h1,h2,x)

(b) WERL(h1,h2) <–>
(Ex)(Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x) & ¬ SERF(h1,h2))

Som man ser er det en svak etisk relevant likhet mellom handlingene h1 og h2 relativt til den etiske egenkapen x hvis og bare hvis det ikke er en sterk etisk relevant forskjell mellom dem relativt til x. Tilsvrende er det en svak etisk relevant likhet mellom handlingene h1 og h2 hvis og bare hvis det ikke er en sterk etisk relevant forskjell mellom dem.

Teorem 18: SERLr(h1,h2,x) –> MERLr(h1,h2,x)

Bevis: Anta SERLr(h1,h2,x). Fra Definisjon 9 følger da:

(1) Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x) & ¬ WERFr(h1,h2,x)

Men fra dette og Teorem 11 følger ¬MERFr(h1,h2,x). Dette, (1) og definisjon 8 impliserer MERLr(h1,h2,x). **Q.E.D.**

Teorem 19: MERLr(h1,h2,x) –> WERLr(h1,h2,x)

Bevis: Anta MERLr(h1,h2,x). Fra dette og definisjon 8 følger:
(1) Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x) & ¬ MERFr(h1,h2,x)
Fra (1) og Teorem 10 følger ¬SERFr(h1,h2,x). Dette, (1) og Definisjon 10 impliserer at WERLr(h1,h2,x). **Q.E.D.**

Teorem 20: SERL(h1,h2) –> WERL(h1,h2)

Bevis: Anta SERL(h1,h2). Da følger ved hjelp av definisjon 9 at det finnes x slik at SERLr(h1,h2,x). Men fra dette, Teorem 18 og Teorem 19 har man WERLr(h1,h2,x). Dette og definisjon 10 impliserer WERL(h1,h2). **Q.E.D.**

§8 Negativ og positiv presedensargumentasjon.

Hvis en person forsøker å vise at en handling h2 har den etiske egenskapen x ved å vise at det finnes en handling h1 som (i) i alle etisk relevante henseende er lik handlingen h2 med hensyn på den etiske egenskapen x og som (ii) har den etiske egenskapen x, kan man si at vedkommende argumenterer i henhold til det første av argumentskjemaene nedenfor. I dette skjemaet leses "ERL(h1,h2,x)" som "Det er en etisk relevant likhet mellom handlingene h1 og h2 med hensyn på den etiske egenskapen x".

Helt tilsvarende kan man si at en person som forsøker å vise at en handling h2 har den etiske egenskapen Ne(x) ved å vise at det finnes en handling h1 som (i) i alle etisk relevante henseende er lik handlingen h2 med hensyn på den etiske egenskapen x og som (ii) har den etiske egenskapen N(x), argumenterer i henhold til det andre av argumentskjemaene nedenfor.

Argumentasjon i overenstemmelse med disse to skjemaer kan kalles for positiv presedensargumentasjon.

P1	ERL(h1,h2,x)	P1	ERL(h1,h2,x)
P2	H(h1,x)	P2	H(h1,Ne(x))
K	H(h2,x)	K	H(h2,Ne(x))

Hvorvidt en slik form for argumentasjon fra en logisk synsvinkel er riktig vil naturligvis avhenge av om konklusjonen i disse to skjemaene logisk sett følger fra premissene. Dette vil i sin tur avhenge av hvordan man tolker den første premissen, mao. hva man mener med at det foreligger en etisk relevant likhet med hensyn til egenskapen x mellom handlingene h1 og h2. Som man har sett er det mulig å sondre mellom tre forskjellige begreper om etisk relevant likhet. Om man i de to skjemaene ovenfor erstatter "ERL(h1,h2,x)" med "SERLr(h1,h2,x)", "MERLr(h1,h2,x)" eller "WERLr(h1,h2,x)" fremkommer seks argumentskjemaer. Det viser seg da at alle disse skjemaene er gyldige i den forstand at kondisjonalsetningen som inneholder konjunksjonen av premissene i et slikt argument som antesedent og konklusjonen som konsekvent er et teorem i teorien T.

Dette resultat er oppsummert under punkt (b) i det følgende teorem, Teorem 21.

Hvis nå en person på den annen side forsøker å vise at en handling h2 har den etiske egenskapen x ved å vise at det finnes en handling h1 som (i) er etisk relevant forskjellig fra handlingen h2 med hensyn på den etiske egenskapen x og som (ii) har den etiske egenskapen Ne(x), kan man si at vedkommende argumenterer i henhold til det andre av argumentskjemaene nedenfor. I dette skjemaet leses "ERF(h1,h2,x)" som "Det er en etisk relevant forskjell mellom handlingene h1 og h2 med hensyn på den etiske egenskapen x".

Helt tilsvarende kan man si at en person som forsøker å vise at en handling h2 har den etiske egenskapen Ne(x) ved å vise at det finnes en handling h1 som (i) er etisk relevant forskjellig fra handlingen h2 med hensyn på den etiske egenskapen x og som (ii) har den etiske egenskapen x, argumenterer i henhold til det første av argumentskjemaene nedenfor.

Argumentasjon i overenstemmelse med disse to skjemaer kan kalles for negativ presedensargumentasjon.

P1	ERF(h1,h2,x)	P1	ERF(h1,h2,x)
P2	H(h1,x)	P2	H(h1,Ne(x))
K	H(h2,Ne(x))	K	H(h2,x)

På samme måte som ovenfor kan man spørre om en slik form for argumentasjon fra en logisk synsvinkel er berettiget. Dette vil – forøvrig på akkurat samme måte som ovenfor – avhenge av hvordan man tolker den første premissen, mao. hva man mener med at det foreligger en etisk relevant forskjell med hensyn til egenskapen x mellom handlingene h1 og h2. Som man har sett er det mulig å sondre mellom tre forskjellige begreper om etisk relevant forskjell. Erstatter man "ERF(h1,h2,x)" med "SERFr(h1,h2,x)", "MERFr(h1,h2,x)" eller "WERFr(h1,h2,x)" i de to skjemaene rett ovenfor fremkommer seks argumentskjemaer. Det viser seg imidlertid nå at ikke alle disse skjemaene er gyldige er i den forstand at kondisjonalsetningen som inneholder konjunksjonen av premissene i et slikt argument som antesedent og konklusjonen som konsekvent er et teorem i teorien T. Det er bare fire av disse argumentskjemaene som er gyldige. Hvilke av skjemaene som er gyldige og hvilke som er ugyldige kan man lett se fra punkt (a) i teoremet nedenfor.

Det viser seg altså at negativ presedensargumentasjon er langt mer problematisk fra en logisk synsvinkel en positiv presedensargumentasjon.

Teorem 21 (Hovedteorem om negativ og positiv presedensargumentasjon)
(a) Anta Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x). Da gjelder:

(i) SERFr(h1,h2,x) & H(h1,x) –> H(h2,Ne(x))
(ii) SERFr(h1,h2,x) & H(h1,Ne(x)) –> H(h2,x)
(iii) WERFr(h1,h2,x) & H(h1,Ne(x)) –> H(h2,x)
(iv) MERFr(h1,h2,x) & H(h1,Ne(x)) –> H(h2,x)

De følgende argumentasjonsformer er ikke gyldige:

(v) MERFr(h1,h2,x) & H(h1,x) –> H(h2,Ne(x))
(vi) WERFr(h1,h2,x) & H(h1,x) –> H(h2,Ne(x))

Man har om Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x) at:

(vii) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) &
(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y)) &
¬(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) &Oppf(h1,y)). –> ¬(v) & ¬(vi)

(b) Anta Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x). Da gjelder:

(i) SERLr(h1,h2,x) & H(h1,x) –> H(h2,x)
(ii) SERLr(h1,h2,x) & H(h1,Ne(x)) –> H(h2,Ne(x))
(iii) MERLr(h1,h2,x) & H(h1,x) –> H(h2,x)
(iv) MERLr(h1,h2,x) & H(h1,Ne(x)) –> H(h2,Ne(x))
(v) WERLr(h1,h2,x) & H(h1,x) –> H(h2,x)
(vi) WERLr(h1,h2,x) & H(h1,Ne(x)) –> H(h2,Ne(x))

Bevis: Vi tar først for oss punkt (a) i denne satsen:
Anta (1) Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x).
(i) Anta (2) SERFr(h1,h2,x) og dessuten at (3) H(h1,x). Fra (1), (2) og Teorem 2 følger: EFr(h1,h2,x). Ved hjelp av definisjon 4 følger herav:
(H(h1,x) & ¬H(h2,x))v(¬H(h1,x) & H(h2,x)) Dette og (3) impliserer åpenbart at ¬H(h2,x). Fra dette, (1) og Ax8 følger det man ønsker, nemlig H(h2,Ne(x)).
(ii) Anta SERFr(h1,h2,x) og at H(h1,Ne(x)). Fra det første og (1) følger ved hjelp av Teorem 2 og definisjonen av "EFr(h1,h2,x)" at:
(4) (H(h1,x) & ¬H(h2,x))v(¬H(h1,x) & H(h2,x)). Fra det at H(h1,Ne(x)) følger ved hjelp av (1) og Ax8 at ¬H(h2,x). Dette og (4) impliserer så det man ønsker, nemlig: H(h1,x).
(iii) Anta (5) WERFr(h1,h2,x) & H(h1,Ne(x)). Fra den første konjunkten her følger ved hjelp av definisjon 6:
(6) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y) & ¬Oppf(h2,y)) v
(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) & ¬Oppf(h1,y))
Fra den andre komjunkten i (5), (1) og Ax8 følger ¬H(h1,x). Fra dette, (1) og Ax10 følger: ¬(Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h1,z)). Dette og (6) impliserer at:
(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) & ¬Oppf(h1,y)) som i sin tur har som konsekvens (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y)). Fra dette, (1) og Ax10 følger det man ønsker, nemlig: H(h2,x).
(iv) Anta (7) MERFr(h1,h2,x) & H(h1,Ne(x)). Vi ønsker naturligvis i dette tilfellet å bevise H(h2,x). Fra den første konjunkten i (7) og definisjon 7 følger:
(8) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) v (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y))
Fra den andre konjunkten i (7), (1) og Ax8 følger ¬H(h1,x). Dette sammen med (1) og Ax10 impliserer ¬(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)). Fra dette og (8) følger så at (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y)). I lys av (1) og Ax10 kan vi herav slutte: H(h2,x). Dette viser at (iv) holder.
(vii). Anta følgende:
(9) (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h1,y)) & (Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y))
og dessuten at :
(10) ¬(Ey)(MinB(y,x) & Oppf(h2,y) &Oppf(h1,y))
Fra disse to forhold , (1) og Definisjon 7 følger (11) MERFr(h1,h2,x). Fra (9), (1) og Ax10 følger (12) H(h1,x) &H(h2,x). I lys av (1) og Ax8 impliserer det siste at ¬H(h2,Ne(x)). Fra dette, (11) og (12) følger åpenbart at ¬(v).
Fra (1), (11) og Teorem 11 følger (13) WERFr(h1,h2,x). Fra (9), (1) og Ax10 følger (14) H(h1,x) &H(h2,x). I lys av (1) og Ax8 impliserer det siste at ¬H(h2,Ne(x)). Fra dette, (13) og (14) følger åpenbart at ¬(vi).

Dette avslutter beviset for den første delen av teoremet.

(b). Vi tar dernest for oss den andre halvdelen av satsen som har med positiv presedensargumentasjon å gjøre.

Anta (1) Hand(h1) & Hand(h2) & Et(x)

(i) Anta (2) SERLr(h1,h2,x) & H(h1,x). Fra dette, definisjon 9 og Teorem 7 har vi:

(3) (H(h1,x) & H(h2,x)) v (H(h1,Ne(x)) & H(h2,Ne(x))). Hvis den andre disjunkten her holdt ville vi i lys av (1) og Ax8 ha at ¬H(h1,x). Men det strider mot (2). Derfor holder den første disjunkten og man har : H(h2,x).

(ii) Anta (4) SERLr(h1,h2,x) & H(h1,Ne(x)) Fra dette, definisjon 9 og Teorem 7 har vi på samme måte som rett ovenfor:

(5) (H(h1,x) & H(h2,x)) v (H(h1,Ne(x)) & H(h2,Ne(x)))

Fra den andre konjunkten i (4), (1) og Ax8 følger ¬H(h1,x)). Dette og (5) impliserer rent setningslogisk at H(h2, Ne(x)).

(iii) Anta (6) MERLr(h1,h2,x) & H(h1,x). Dette og Teorem 9 impliserer at H(h2,x).

(iv) Også her følger påstanden direkte ved hjelp av Teorem 9.

(v) Anta (7) WERLr(h1,h2,x) & H(h1,x). Fra definisjonen av "WERLr" har vi i lys av (1) og Teorem 4:

((Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h1,z)) &(Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h2,z)) v
((Ez)(MinB(z,Ne(x)) & Oppf(h1,z)) & (Ez)(MinB(z,Ne(x)) & Oppf(h2,z))

Ved hjelp av (1) og Ax10 ser man at dette er ekvivalent med:

(8) (H(h1,x) & H(h2,x)) v H(h1,Ne(x)) & H(h2,Ne(x))

Fra den andre konjunkten i (7), (1) og Ax8 følger at ¬H(h1,Ne(x)). Dette og (8) impliserer H(h2,x) som er det vi ønsker.

(vi) Anta (9) WERLr(h1,h2,x) & H(h1,Ne(x)). Fra definisjonen av "WERLr" har vi i lys av (1) og Teorem 4:

((Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h1,z)) &(Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h2,z)) v
((Ez)(MinB(z,Ne(x)) & Oppf(h1,z)) & (Ez)(MinB(z,Ne(x)) & Oppf(h2,z))

Ved hjelp av (1) og Ax10 ser man at dette er ekvivalent med:

(10) (H(h1,x) & H(h2,x)) v H(h1,Ne(x)) & H(h2,Ne(x))

Fra den andre konjunkten i (9), (1) og Ax8 følger at ¬H(h1,x)). Dette og (10) impliserer H(h2,Ne(x)) som er det vi ønsker.

Dette avslutter beviset for Teorem 21. **Q.E.D.**

§ 9 Angående tolkningen av "minimalbetingelse"

Predikatet "x er en minimalbetingelse for den etiske egenskapen y" har ikke blitt definert ovenfor. Det ble innført som et primitivt predikat i teorien T. I det skrift av Baune som disse notatene er basert på er heller ikke dette uttrykket definert. Som man ser er store deler av teorien basert på at man kan gi en meningsfull intepretasjon av dette predikatet. Det samme gjelder predikatet "Handlingen x oppfyller betingelsen y". Også dette predikatet er innført som et primitivt predikat i T.

Det er klart at de aksiomene i teorien T som inneholder disse predikatene bare er Ax10, Ax11 og Ax12.

La oss kalle det språket man får når predikatene "MinB(x,y)" og "Oppf(x,y)" fjernes fra det ikke-logiske vokabularet til L for "L-"

Språket L- utvides med følgende mengdeteoretiske predikater:

(9.1)	"x er et element i mengden y"	"xêy"
(9.2)	"x er en mengde"	"M(x)"

Det språk som da fremkommer som resultat kalles for L+. Sagt på en annen måte er L+ det første ordens språket som inneholder predikatene (2.1) – (2.8) i §1, samt (9.1) og (9.2) ovenfor, som ikke-logiske predikater.

Vi betrakter nå den første-ordens teorien hvis språk er L+ og hvor de ikke-logiske aksiomene er Ax1 – Ax9. Denne teorien kalles akkurat her for T2. I tillegg til de nevnte aksiomer inngår også i denne teorien visse aksiomer for de to mengdeteoretiske predikatene som er nevnt ovenfor: (9.1) og (9.2). Det dreier seg for det første om ekstensjonalitetsaksiomet som sier at to mengder er identiske om de inneholder akkurat de samme elementer:

M1 $M(x) \& M(y) \& (Az)(z\hat{e}x <\!\!-\!\!> z\hat{e}y). \rightarrow x=y$

Videre om det vi her vil kalle "mengde-aksiomet". Dette sier at hvis x er et eller annet element som er med i mengden y så er y en mengde:

M2 $x\hat{e}y \rightarrow M(y)$

Videre forutsetter vi også at det finnes en og bare en mengde som ikke inneholder noe element, en nullmengde:

M3 $(Ex)(M(x) \& \neg(Ey)(y\hat{e}x))$

Vi skal også inkludere det følgende aksiom som sier at om x er en vilkårlig entitet finnes det en mengde som inneholder x og bare dette objekt:

M4 $(Ax)(Ey)(M(y) \& (Az)(z\hat{e}y <\!\!-\!\!> z=x))$

I det følgende bruker vi uttrykket "Mg(x: F(x))" som forkortelse for uttrykket "mengden av alle de elementer x som er slik at F(x)". Termer av denne typen, mengdeabstraksjonstermer, inngår ikke i det offesielle vokabularet til L+. De elimineres kontekstuelt på vanlig måte.

Vi bruker uttrykket "x Inkl y" som forkortelse for "x er inkludert i y". Dette er definert ved:

$x \text{ Inkl } y <\!\!-\!\!> (Az)(z\hat{e}x \rightarrow z\hat{e}y)$

Videre betegner "{x}" mengden som bare inneholder objektet x som element. Dette uttrykket er definert ved:

$\{x\} = Mg(y: y=x)$

Innenfor rammen av L+ kan man nå betrakte den følgende definisjon av predikatet "MinB(x,y)":

Definisjon 9.1

MinB(x,y) <–> (M(x) & x Inkl Mg(h: Hand(h) & H(h,y)) & Et(y))

Med andre ord er en minimalbetingelse for en etisk egenskap y ikke noe annet en en mengde med handlinger som er inkludert i mengden av alle de handlinger som har denne etiske egenskap.

Man kan videre betrakte den følgende definisjon av predikatet "Oppf(x,y)":

Definisjon 9.2

Oppf(x,y) <–> (M(y) & (Az)(zêy–> Hand(z)) &Hand(x)& xêz)

Gitt disse to definisjonene kan man så bevise det følgende teorem i teorien T2. Teoremet viser at Ax10, Ax11 og Ax12 nå kan utledes i denne teorien.

Teorem 22 (T2) Man har:

(a) Et(x) & Hand (h) –> [H(h,x) <–> (Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h,z))]
(b) MinB(x,y) –> Et(y)
(c) Oppf(x,y) –> Hand(x)

Bevis: Anta (1) Et(x) &Hand(h). Anta videre at (2) H(h,x). Ved hjelp av aksiom M4 følger at det finnes noe y som er slik at:

(3) M(y) & (Az)(zêy <–> z=h) Fra dette, (1) og (2) følger åpenbart:
(4) y Inkl Mg(h: Hand(h)& H(h,x))

Fra (3), (4), (1) og definisjon 9.1 følger at

(5) MinB(y,x)

Fra (1) og (3) følger: M(y) & (Az)(zêy–> Hand(z)) &Hand(h)& hêy
Fra dette og definisjon 9.2 følger så Oppf(h,y). Dette og (5) gir en:
(Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h,z))
Dette viser at halvdelen mot høyre i (a) holder.

La oss se på halvdelen mot venstre. Anta derfor at:

(6) Et(x) & Hand(h) & (Ez)(MinB(z,x) & Oppf(h,z)) Da må det finnes z slik at MinB(z,x) & Oppf(h,z). Fra dette, definisjon 9.1 og 9.2 følger:

M(z) & z Inkl Mg(h: Hand(h) & H(h,x)) & Et(x)
M(z) & (Ax)(xêz–> Hand(x)) &Hand(h)& hêz

Fra dette følger i sin tur hêz & z Inkl Mg(h: Hand(h) & H(h,x)) som åpenbart impliserer at H(h,x). Dette viser at (a) holder. Når det gjelder punktene (b) og (c) i teoremet er disse helt trivielle konsekvenser av definisjonene 9.1 og 9.2. **Q.E.D.**

****